Содержание

1 Вступление **3**

2 Литературный обзор **4**

2.1 Квантовый эффект Холла 4

2.2 Принцип транспортных измерений 5

2.3 Измерение сопротивления системы при помощи копланарного волновода 6

3 Постановка эксперимента и образцы **8**

3.1 Подготовка образца 8

3.2 Экспериментальная методика 10

3.3 Обработка измерений 12

3.4 Дополнительные проверки достоверности 14

4 Результаты и выводы **19**

Заключение **20**

Список литературы **21**

1 Вступление

Изучение спиновых свойств низкоразмерных систем является важной задачей физики твердого тела как с прикладной, так и с фундаментальной точки зрения. Практические применения данных исследований заключаются в разработке эффективных методов управления спиновой степенью свободы заряженных частиц в твердом теле, что позволит создавать крайне энергоэффективные системы хранения и обработки информации. Эта область привела к появлению развивающейся до сих пор науки спинтроники [1, 2, 3, 4, 5]. Фундаментальные же аспекты подобных исследований заключаются в том, что изучение поведения спиновой поляризации твердого тела несет информацию об устройстве основого состояния двумерной электронной системы, а время жизни неравновесной спиновой поляризации связано с устройством её спектра возбуждения.

Одним из способов изучения спиновых свойств низкоразмерных систем является спектроскопия электронного парамагнитного резонанса (ЭПР). Это явление представляет собой резонансное поглощение электромагнитного излучения при совпадении энергии его квантов и величины спинового расщепления. Впервые его наблюдал Завойский Е. К. [6]. В низкоразмерных системах удобно детектировать ЭПР по резонансному изменению продольного сопротивления системы [7].

В данной работе был реализован метод, позволяющий наблюдать процессы релаксации спиновой подсистемы, возбуждаемой импульсами излучения вблизи электронного парамагнитного резонанса. При этом изменение сопротивления детектируется по изменению коэффициента пропускания копланарного волновода. Данный метод использовался для наблюдения осцилляций сопротивления, вызванных мкроволновым излучением, на гетероструктурах ZnO/MgZnO в работе [8]. Релаксация спинового ансамбля приводит к медленному затуханию сигнала ЭПР во времени после выключения возбуждающего излучения, что и измерялось экспериментально.

Процессы релаксации изучались в двумерной электронной системе, основанной на квантовой яме SiGe/Si. Такие системы выгодно отличаются от прочих крайне высокой чистотой, что позволяет достигать низкотемпературных подвижностей вплоть до $2 \times 10^6\ cm^2/(Vs)$. Времена рассеяния таких систем сравнимы с таковыми в гетероструктурах на основе GaAs. Относительно же высокая масса двумерных электронов в данных структурах приводит к значительному преобладанию кулоновской энергии их взаимодействия над кинетической, что ведет к заметной модификации квантовых состояний электронной системы[9].

В квантовых ямах SiGe/Si сила спин-орбитального взаимодействия крайне мала [10], что обеспечивает длительное время релаксации спина. Такие материальные системы широко используются для создания квантовых кубитов [11].

2 Литературный обзор

2.1 Квантовый эффект Холла

В данной работе рассматривается поведение двумерной электронной системы на основе гетероперехода SiGe/Si. Двумерность системы обеспечивается за счет барьеров вдоль оси z, создаваемых гетеропереходом. Общая энергия электрона в данном случае представляется как:

$$E = E_n + \frac{p_x^2}{2m} + \frac{p_y^2}{2m}$$

где E_n выражает уровни размерного квантования, и при температурах ниже соответствующего масштаба $kT < E_n$ движение вдоль оси z вырождается. Также стоит заметить, что в данном уравнении m описывает эффективную массу квазичастиц, в общем случае, неодинаковую в разных направлениях, и истинный гамильтониан для электронов в реальных системах значительно сложнее.

Для двумерных систем, помещенных в магнитное поле, наблюдается интересный эффект, связанный с решением соответствующего уравнения Шредингера с гамильтонианом:

$$\hat{H} = \frac{1}{2m}(\hat{\vec{p}} - \frac{e}{c}\vec{A})^2$$

В случае поля, направленного перпендикулярно плоскости движения частиц, можно ввести векторный потенциал вида $\vec{A} = (-B\vec{y}, 0, 0)$. Можно показать, что гамильтониан в данном случае приводится к виду, аналогичному таковому для гармонического осциллятора. Главным следствием этого является появление эквидистантных уровней энергии в системе:

$$E_n = \hbar\omega_c(n + 1/2)$$

где $\omega_c = \frac{eB}{mc}$ - циклотронная частота, задающая характерный масштаб энергий (см, например, [12], [13]). Также важным следствием является выражение, задающее вырождение каждого из этих уровней, а именно, каждый из них вырожден на одно и то же число $N = \frac{\Phi}{\Phi_0} = \frac{BS}{\Phi_0}$, т.е. число мест на уровне задается кол-вом квантов потока $\Phi_0 = \frac{hc}{e}$ в пронизывающем систему магнитном потоке $\Phi = BS$. Данное явление приводит к множеству интересных эффектов, так как позволяет явно управлять заполнением уровней при помощи магнитного поля. При рассмотрении подобных систем удобно ввести параметр: $\nu = \frac{B_0}{B} = \frac{n_s\Phi_0}{B}$ - фактор заполнения, описывающий кол-во заполненных уровней Ландау. При нахождении системы в целом факторе заполнения наблюдается минимум продольного сопротивления системы в связи с отсутствием свободных делокализованных носителей заряда. Подобное явление называется осцилляциями Шубникова-де-Гааза [14] и позволяет, по соотношению между полями пиков, определять фактор заполнения системы при данном поле.

2.2 Принцип транспортных измерений

Наблюдение ЭПР возможно осуществить по изменению продольного сопротивления или проводимости образца при облучении его возбуждающим СВЧ-излучением. Механизм возникновения резонансного пика ЭПР в R_{xx} подробно изложен в работе [15]. Здесь приведем лишь сокращенную версию.

Процесс изменения сопротивления в данном случае описывается как результат термализации системы спиновых возбуждений двумерной системы за счет рассеяния энергии спиновых волн с малым импульсом $k = 0$ и энергией $\hbar\omega_0 = g\mu_B B_0$, образующихся в процессе поглощения микроволновых фотонов, в область спиновых волн коротковолнового диапазона $k \to \infty$. В этой области из-за силы Лоренца спиновые волны представляют собой слабосвязанные электрон и дырку, которые уже способны участвовать в переносе заряда.

Спектр подобных возбуждений описывается следующей формулой:

$$\Delta E = \Delta m_s g\mu_B B_0 + \Delta E_c(k, B_0)$$

где $\Delta m_s = 1$ - изменение проекции спина, а $\Delta E_c(k, B_0)$ - вклад электрон-электронного взаимодействия. При этом ΔE_c значительно превышает $g\mu_B B_0$, согласно теоретическим выкладкам - на два порядка [16]. Тем не менее, в реальных системах такого большого расхождения не наблюдается и кулоновское расщепление превышает зеемановское лишь в несколько раз. Данный эффект можно связать с эффектом конечной протяженности волновой функции в направлении z, а также бепорядком [17]. Однако фотоны взаимодействуют лишь с магнитным экситоном $k = 0$, у которых, согласно теореме Лармора, электрон-электронные взаимодействия не влияют на движение центра масс и $\Delta E(k = 0) = g\mu_B B_0$.

Дальнейшие рассуждения базируются на применении следующего закона дисперсии для 2D системы спиновых волн в факторе заполнения $\nu = 1$[18]

$$\Delta E(k) = g\mu_B B_0 + \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0\epsilon l_0}\left(\frac{\pi}{2}\right)^{\frac{1}{2}}\left[1 - e^{-k^2 l_0^2/4} I_0\left(\frac{k^2 l_0^2}{4}\right)\right]$$

где $l_0 = \sqrt{\hbar/eB_0}$ - магнитная длина, I_0 - модифицированная функция Бесселя первого типа. Упрощая постоянные и заменяя $x = k^2 l_0^2/4$, получаем расчетную формулу:

$$\Delta E(x)/k_B = 0.27B_0 + 68B^{1/2}\Big[1 - e^{-x} I_0(x)\Big]$$

Далее рассмотрим равновесное состояние спиновых волн при заданной температуре, описываемое распределением Ферми-Дирака. Так как спиновые волны меняют степень поляризации системы, а поглощаемая мощность в резонансе связана с этой степенью поляризации следующим соотношением: $p = \frac{1}{4}\chi''\omega b_1^2 = M_z^{eq} b_1^2 \omega_0/(2\Delta B_{1/2})$, а $M_z^{eq}(T) = \frac{1}{2} g\mu_B N_s P_z(T)$, где χ'' - мнимая компонента восприимчивости системы, ω -

частота падающего излучения, b_1 - амплитуда магнитной компоненты излучения, M_z^{eq} - равновесная магнетизация, ω_0 - частота резонанса, $\Delta B_{1/2}$ - его ширина, N_s - поверхностная плотность электронов, а $P_z(T)$ и есть степень поляризации при фиксированной температуре, то, с учетом отвода тепла от образца, спиновая система при облучении микроволновым излучением приходит к некоторой равновесной температуре и степени спиновой поляризации. Установившуюся разность температур обозначим ΔT. Тогда, пользуясь стандартной формулой сопротивления системы, имеющей энергетическую щель, получаем при малом приращении температуры линейное приращение сопротивления:

$$\delta R_{xx} = \delta R_0 exp - \frac{\Delta E}{2k_B T} = R_0 \frac{\Delta E}{2kT_b^2} exp\Big(- \frac{\Delta E}{2kT_b^2}\Big)\delta T$$

где энергетическая щель ΔE - энергия спинового расщепления $\Delta E(k=0) = g\mu_B B_0$.

Данное рассмотрение проведено при определенном уровне абстракции. При практической реализации подобного метода измерений важное значение имеет вопрос, в максимуме магнитного или электрического переменных полей должен находиться образец, чтобы достигаемый эффект ЭПР был максимальным. Из общих физических соображений допустимо предположить, что, так как ЭПР связан с переворотом спина, то есть с изменением магнитного момента системы, максимум амплитуды ЭПР должен происходить в пучности магнитной компоненты микроволнового излучения. Действительно, именно к такому результату приходят в работе [19]. Тем не менее, как указано в работах [20], [21], резонанс может происходить и при воздействии чисто электрического поля за счет взаимодействия спиновой и орбитальной степеней свободы электронной системы.

2.3 Измерение сопротивления системы при помощи копланарного волновода

Для детектирования изменений сопротивления двумерной системы используется копланарный волновод (см., например, работу [22]). Данный волновод представляет собой два проводящих заземленных острова, между которыми находится тонкая центральная полоса, несущая сигнал. Проводящие области находятся на диэлектрике. Волновод также отличается отсутствием наименьшей частоты, что обеспечивается тем, что по нему распространяется квази-TEM мода.

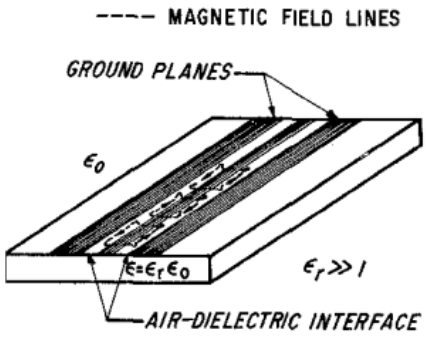


Рис. 1: Общая схема копланарного волновода

Импенданс и другие параметры волновода задаются проницаемостью диэлектрика ϵ_r и шириной центральной полосы $2a_1$ и зазора между боковыми полосами $2b_1$. Основным параметром для дальнейших вычислений является приведенное отношение ширин:

$$\frac{a}{b} = \frac{K(k)}{K'(k)}$$

где $k = \frac{a_1}{b_1}$, $K(x)$ - полный эллиптический интеграл первого рода $K'(k) = K(k'), k' = (1-k^2)^{1/2}$

Из этого отношения возможно вычислить ёмкость на единицу длины

$$C = (\epsilon_r + 1)\epsilon_0 \frac{2a}{b}$$

Что, с учетом фазовой скорости в форме

$$v_{ph} = \Big(\frac{2}{\epsilon_r + 1}\Big)^{1/2} c$$

Даёт итоговый характеристический импенданс вида

$$Z_0 = \frac{1}{C v_{ph}}$$

Метод детектирования основан на следующем законе затухания мощности волны, идущей через волновод

$$P = P_0 exp(-\alpha\sigma_{xx})$$

где α - некий геометрический параметр, σ_{xx} - соответствующая компонента тензора проводимости связанной с волноводом системы. При малых изменениях этой проводимости, имеем линейную связь выходящей мощности и изменения в проводимости:

$$\delta P = -\alpha P_0 exp(-\alpha\sigma^0_{xx})\delta\sigma_{xx}$$

3 Постановка эксперимента и образцы

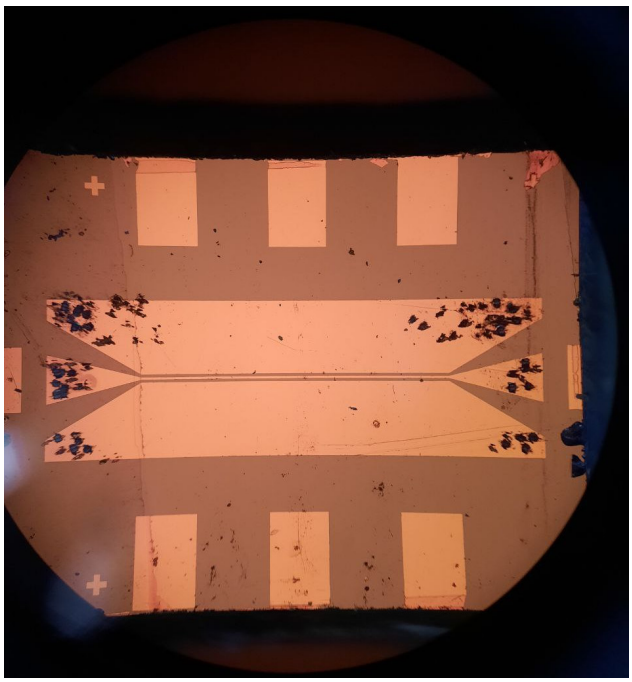
3.1 Подготовка образца

Образец представляет собой гетероструктуру $Si_{1-x}Ge_x/Si$ с δ-слоем Sb и показателем x=18%, выращенную на подложке SiGe и покрытую защитным слоем Si. Двумерная электронная система образована в кремниевом канале толщиной 15 нм, ограниченная квантовой ямой на границе Si/SiGe, образованной из-за особенностей устройства зоны проводимости в таких структурах. Согласно работе [23], при данной конфигурации энергетический барьер, ограничевающий движение электронов в направлении роста, составляет порядка 90 мэВ. Конкретные сведения о толщинах слоев приведены в таблице ниже:

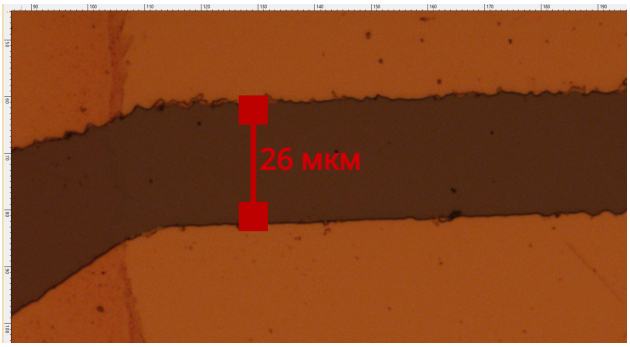
Таблица 1: Слои образца

Материал пленки	Толщина пленки, нм
Si	1
SiGe	50
SiGe:Sb	δ-слой
SiGe	20
Si	15
SiGe	150

Двумерная электронная система образца вытравливается в областях будущего нанесения копланарного волновода, после чего напыляется слой хрома толщиной 24 нм с целью улучшения адгезии золота, напыляемого поверх слоем толщиной 200 нм и образующего собой копланарный волновод. После этого при помощи ультразвукового бондера производилось заземление боковых лепестков волновода и выведение концов центральной жилы на отдельные контакты, по которым затем подавалось СВЧ-излучение и проводились измерения потери им мощности после прохождения волновода. Полученную систему можно наблюдать на изображениях ниже:



(a) Фото образца при 10-ти кратном увеличении



(b) Участок двумерной электронной системы между лепестками волновода при 50-ти кратном увеличении

Рис. 2: Фото образца при различном увеличении

Проверка работоспособности образца, а также определение концентрации свободных электронов в двумерной электронной системе осуществлялось при помощи наблюдений осцилляций Шубникова-де-Гааза, представленных на графике (3). Концентрация определялась путем определения факторов заполнения, соответствующих пикам пропускания и минимумам сопротивления, через соотношение магнитных полей в данных точках ($\frac{\nu_1}{\nu_2} = \frac{B_2}{B_1}$), после чего производилось фитирование функции $\nu(\frac{1}{B})$, которая, согласно теории, линейна и подчиняется закону $\nu = \frac{n_s \Phi_0}{B}$. Таким образом была определена концентрация носителей, равная $n_s = 3.343 \times 10^{11}\ cm^{-2}$

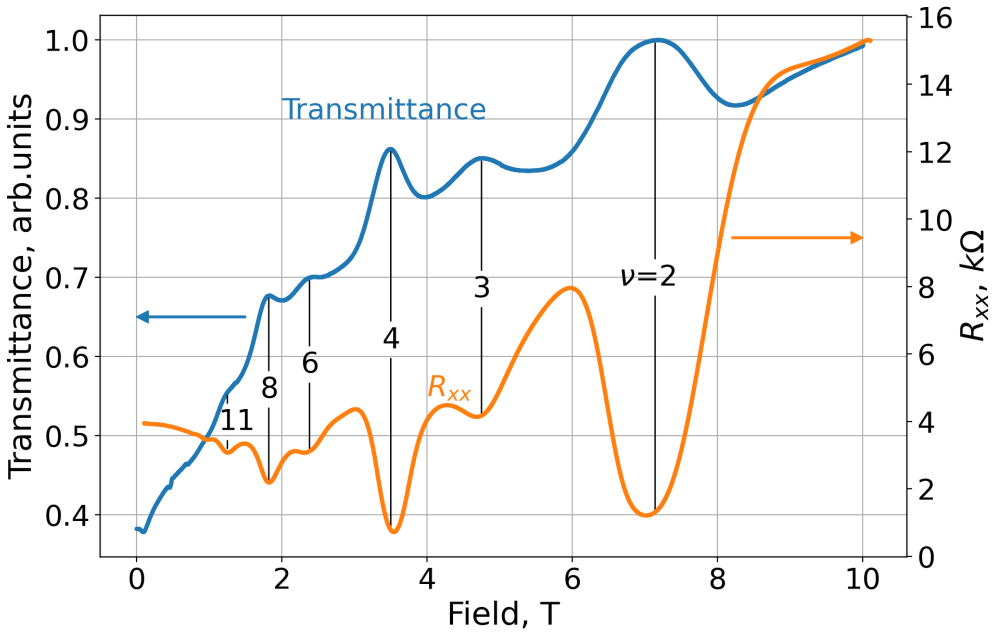


Рис. 3: Осцилляции Шубникова-де-Гааза образца, измеренные через пропускание волновода и непосредственные измерения его сопротивления

3.2 Экспериментальная методика

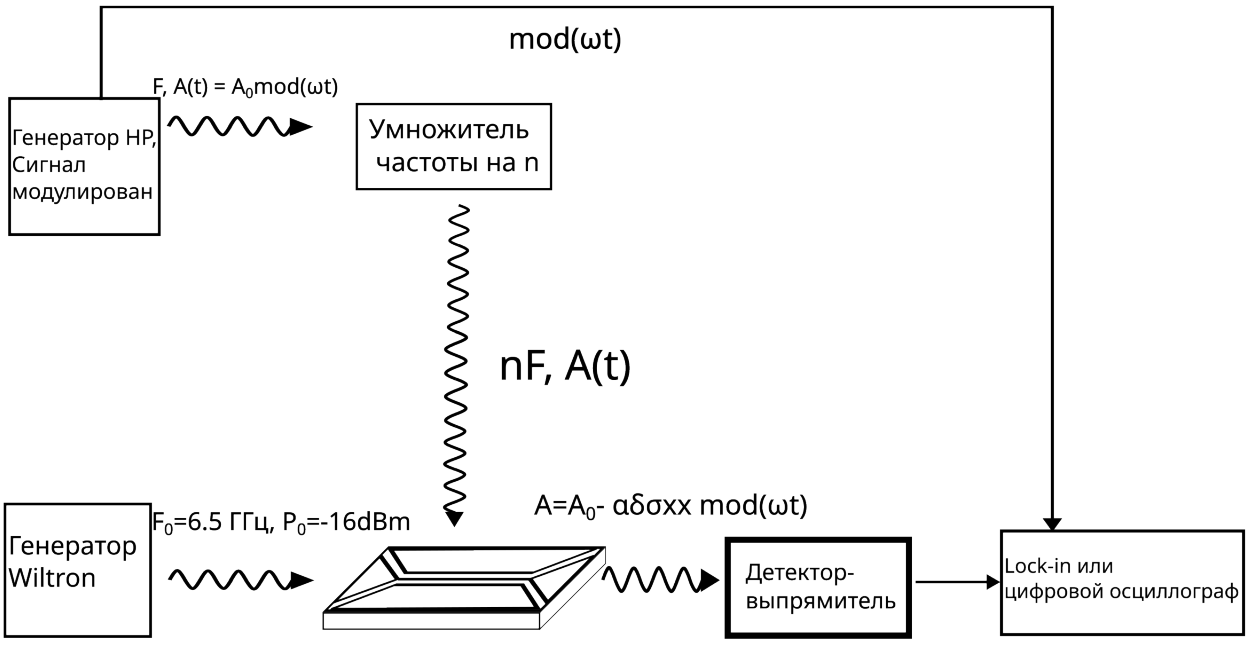


Рис. 4: Блок-схема измерительной установки

Измерения проводились следующим образом. Образец с нанесенным на него волноводом помещался в камеру гелиевого термостата, где поддерживалась температура в 1.5 K путем откачки паров гелия. Контроль за температурой осуществлялся при помощи полупроводникового термометра проводимости. По коаксиальным кабелям к центральной жиле волновода подводилось СВЧ-излучение частотой $F_{wg} = 6.5$ ГГц от генератора Wiltron 6647B-40. Также по сверхразмерному волноводу перпендикулярно к образцу подводилось излучение с блока умножения частоты, связанного с генератором HP 83623B, модулированное по амплитуде. Мощность сигнала на выходе копланарного волновода измерялась детектором. Напряжение на выходе детектора в зависимости от проводимого этапа эксперимента анализировалось либо синхронным детектором (Lock-in), позволяющим получить представление об амплитуде отклика образца на освещение СВЧ-излучением, либо цифровым осциллографом RTO 1044, при помощи которого производилось получение временной развертки реакции системы на импульс СВЧ-излучения. Схема измерения представлена на рисунке (4).

Эксперимент проводился в два этапа:

- При схеме, оканчивающейся синхронным детектором, проводилась развертка поля в диапазоне 30 миллитесла в окрестности предполагаемого положения ЭПР, с целью уточнения его положения. Развертка поля проводилась в двух направлениях - возврастающего и убывающего полей - с целью компенсации неизбежного запаздывания поля в связи с индуктивностью сверхпроводящего магнита.
- После уточнения положения ЭПР, схема переключалась на цифровой осциллограф, после чего проводилась серия из трех замеров отклика системы на модулированное СВЧ-излучение - непосредственно в поле наблюдения ЭПР и на 10 миллитесла ниже и выше него.

Типичные экспериментальные кривые представлены на графике (5).

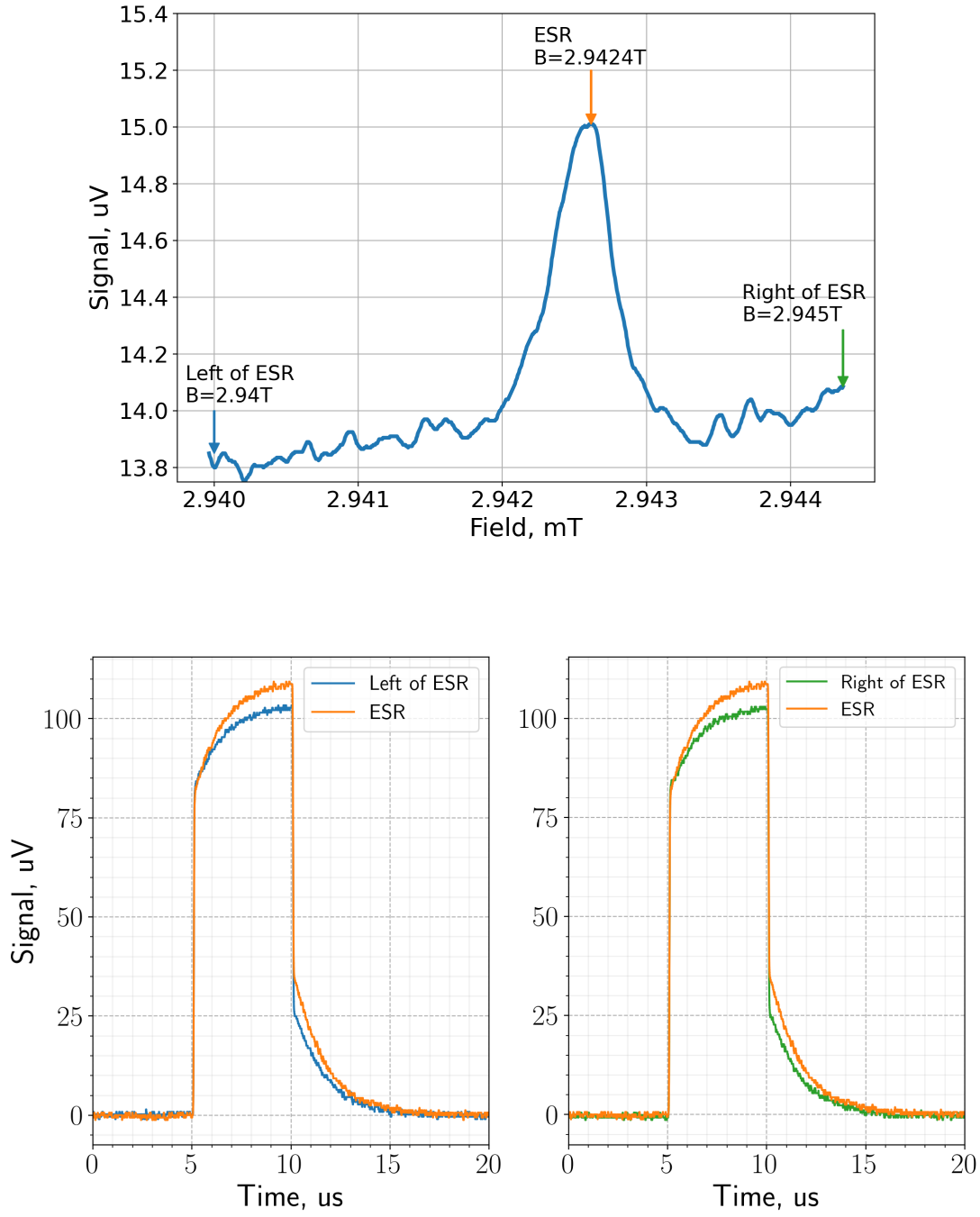


Рис. 5: Характерный вид ЭПР в развертке сигнала по полю (сверху), и развертке сигнала во времени в поле ЭПР и в соседних полях (снизу). Поля указаны на графике ЭПР. Измерения проводились на частоте $F = 82$ ГГц при наклоне образца относительно поля $\theta = 34°$

3.3 Обработка измерений

Для обработки измерений использовалась программа, написанная на языке python. Обработка данных производилась следующим образом: Из трех записанных сигналов выделялся отклик, связанный непосредственно с ЭПР, после чего полученные данные аппроксимировались методом наименьших квадратов двумя экспоненциальными функ-

циями вида:

$$f(t) = B + \begin{cases} A(1 - \exp(-\frac{t}{\tau})) & if t < t_b; \\ f(t_b)\exp(-\frac{t-t_b}{\tau}) & if t \geq t_b. \end{cases}$$

где t_b - время отключения импульса СВЧ-излучения, τ - время релаксации, которое и требовалось найти. Пример подобного фитирования можно найти на графике (6)

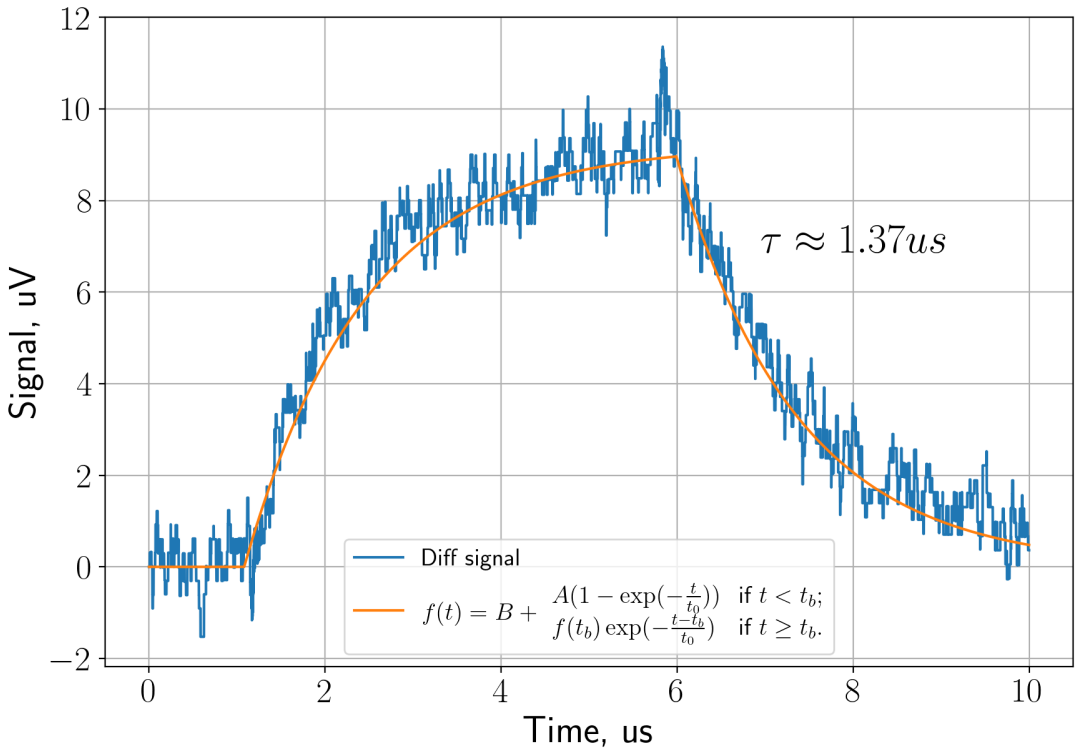


Рис. 6: Характерный вид выделенного отклика ЭПР и результат его аппроксимации. Измерения проводились на частоте $F = 82$ ГГц при наклоне образца относительно поля $\theta = 34°$

Как видно, сигнал по сравнению с шумом довольно мал, однако все равно различим. Значительная часть работ была проведена с целью повышения данного соотношения. Среди различных геометрий двумерной электронной системы и копланарного волновода лучше всего себя показал вариант с прямым волноводом и электронной системой, выполненной в виде двух дорожек, проходящих между его заземленных лепестков. Также положительный результат показал наклон образца, который позволил сместить доступные в связи с ограничением частот генератора ЭПР в область больших факторов заполнения ($\nu = 6 - 7$). Оптимальный угол при этом $\theta = 34°$

Для нахождения отклика проводилось вычитание из сигнала, записанного в области ЭПР, фонового сигнала, экстраполированного из сигналов слева и справа от ЭПР в предположении линейной зависимости фонового сигнала от поля:

$$f_{bg}(t, B) = f_{bg}(t, B_0) + A(t)(B - B_0)$$

3.4 Дополнительные проверки достоверности

В рамках проделанной работы были проведены дополнительные проверочные эксперименты.

Во-первых, была построена дисперсия частоты наблюдаемых ЭПР от поля, при котором они наблюдались. Согласно теории, для спинового резонанса, определяемого переходом электронов между различными уровнями расщепления по Зееману $E_Z = \pm g\mu_B B$, характерна линейная зависимость энергии резонанса от внешнего поля. Это и наблюдается на графике (7)

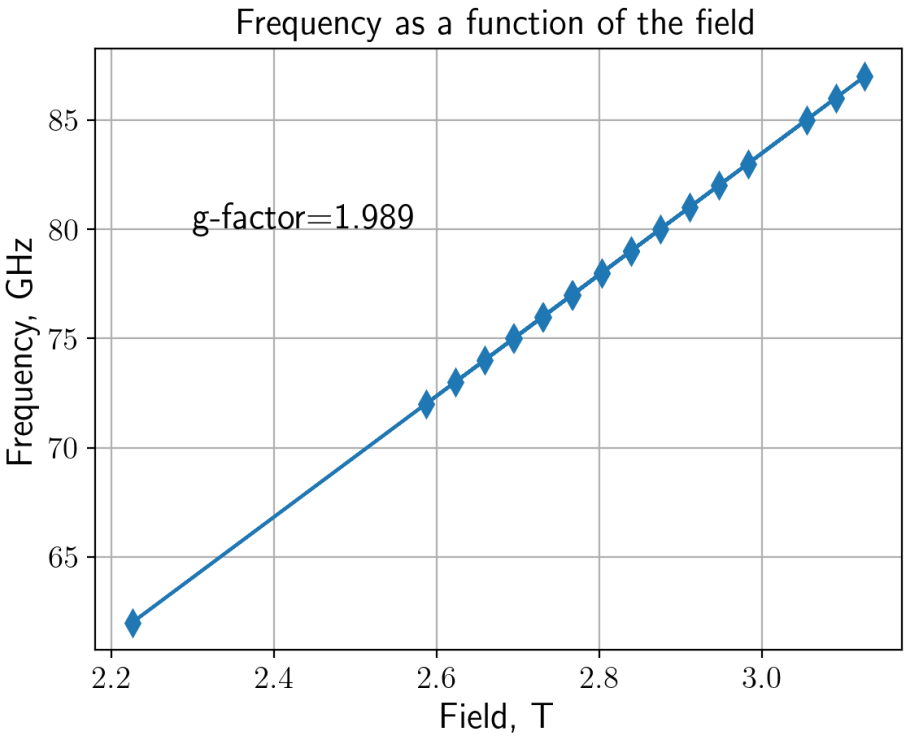


Рис. 7: Дисперсия F(B) наблюдаемых пиков

Во-вторых, была измерена форма импульса возбуждающего излучения. Очевидно, что, если возбуждающее СВЧ-излучение имеет медленно затухающие фронты, то к настоящему эффекту также подмешивается и этот фактор, что нарушит возможность утверждать о точном определении времени релаксации двумерной электронной системы. С этой целью было проведено исследование формы модулированного СВЧ-излучения при помощи полупроводникового детектора, характерное время отклика которого не превышает 150 пикосекунд, чей внешний приведен на изображении (8). После исследования им формы фронтов в широком диапазоне скважностей и абсолютной длины импульса вплоть до 1 μs, было получено, что фронты СВЧ-излучения генератора затухают на временах порядка десятка наносекунд, что значительно меньше наблюдаемого времени нарастания и затухания измеренного сигнала ЭПР. Пример фронтов указан на графике (9).

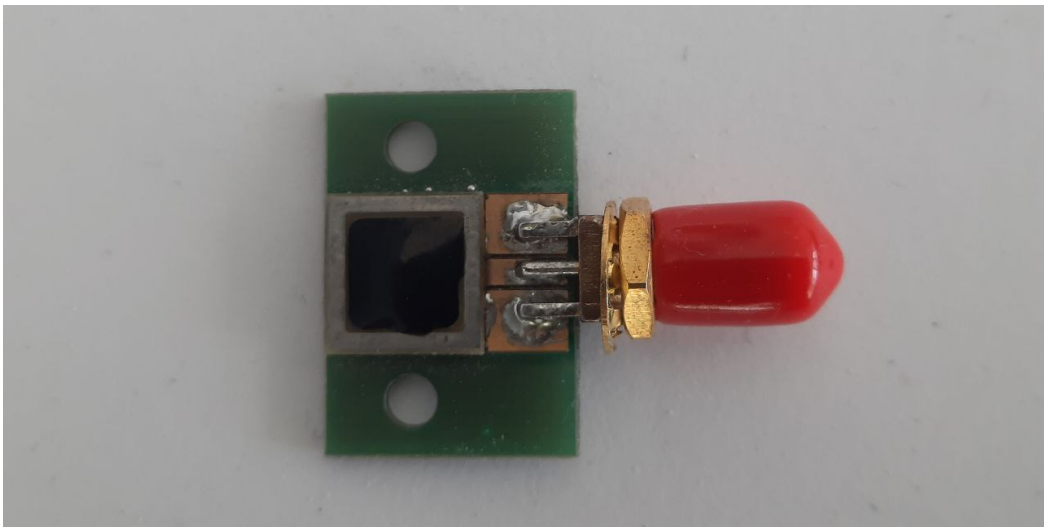


Рис. 8: Полупроводниковый детектор с низким временем отклика

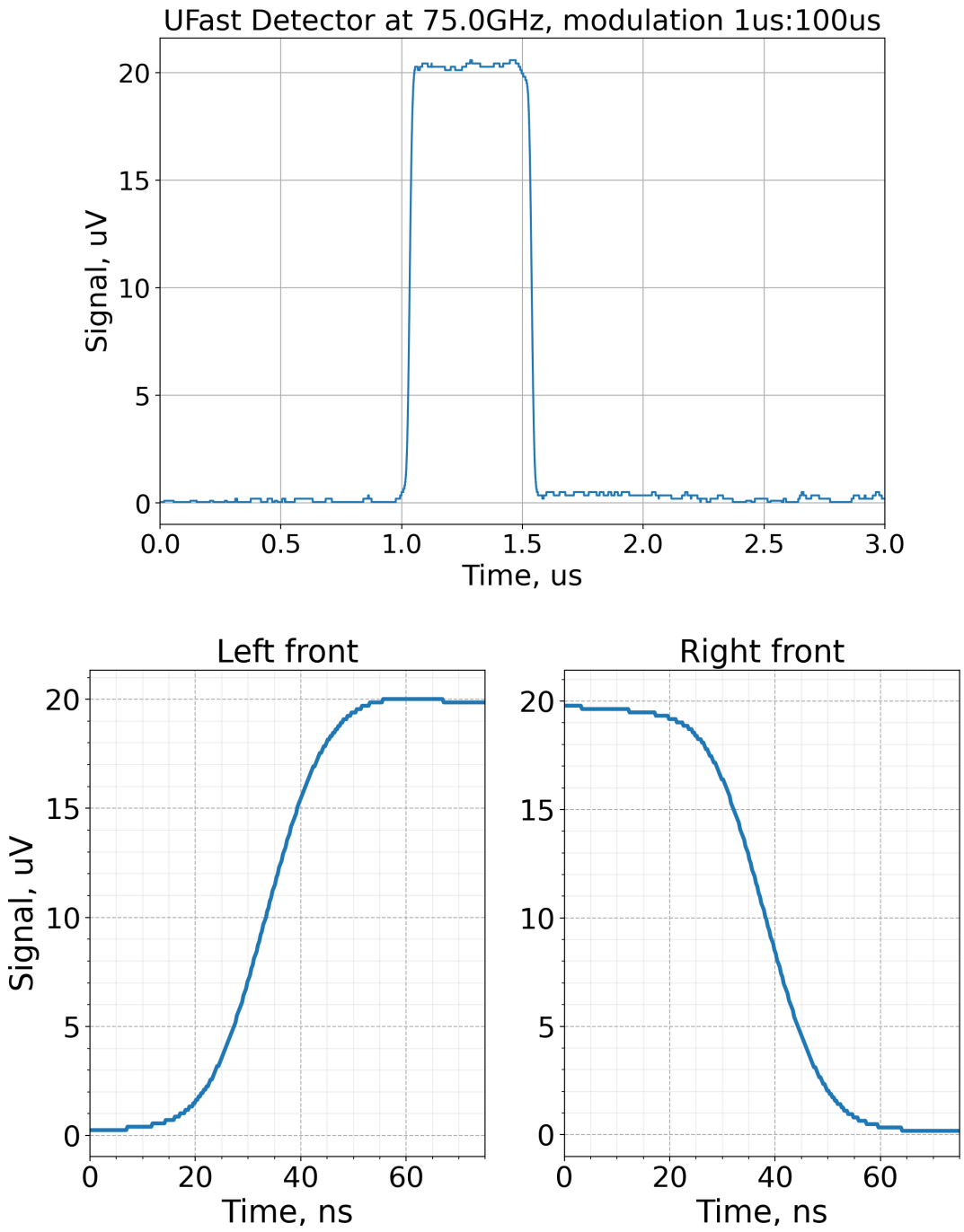


Рис. 9: Форма импульса и фронтов, измеренные при помощи быстрого детектора

Также были проведены измерения отклика системы в низких полях, вдали от возможных ЭПР, с целью убедиться в отсутствии иных возбуждений, которые могли бы повлиять на измерения. Характерный отклик приведен на графике (10). Такие же измерения были проведены и в более высоких полях, на факторах заполнения $\nu = 2, 3$ (см. график (11)). Как видно, форма импульса характеризуется достаточно резкими фронтами. Этот факт ещё раз подтверждает применимость методики для измерения релаксации неравновесной спиновой поляризации.

В третьих, еще одним фактором, который стоило проверить, является соответствие между формой пиков, измеренной стандартным методом измерения сопротивле-

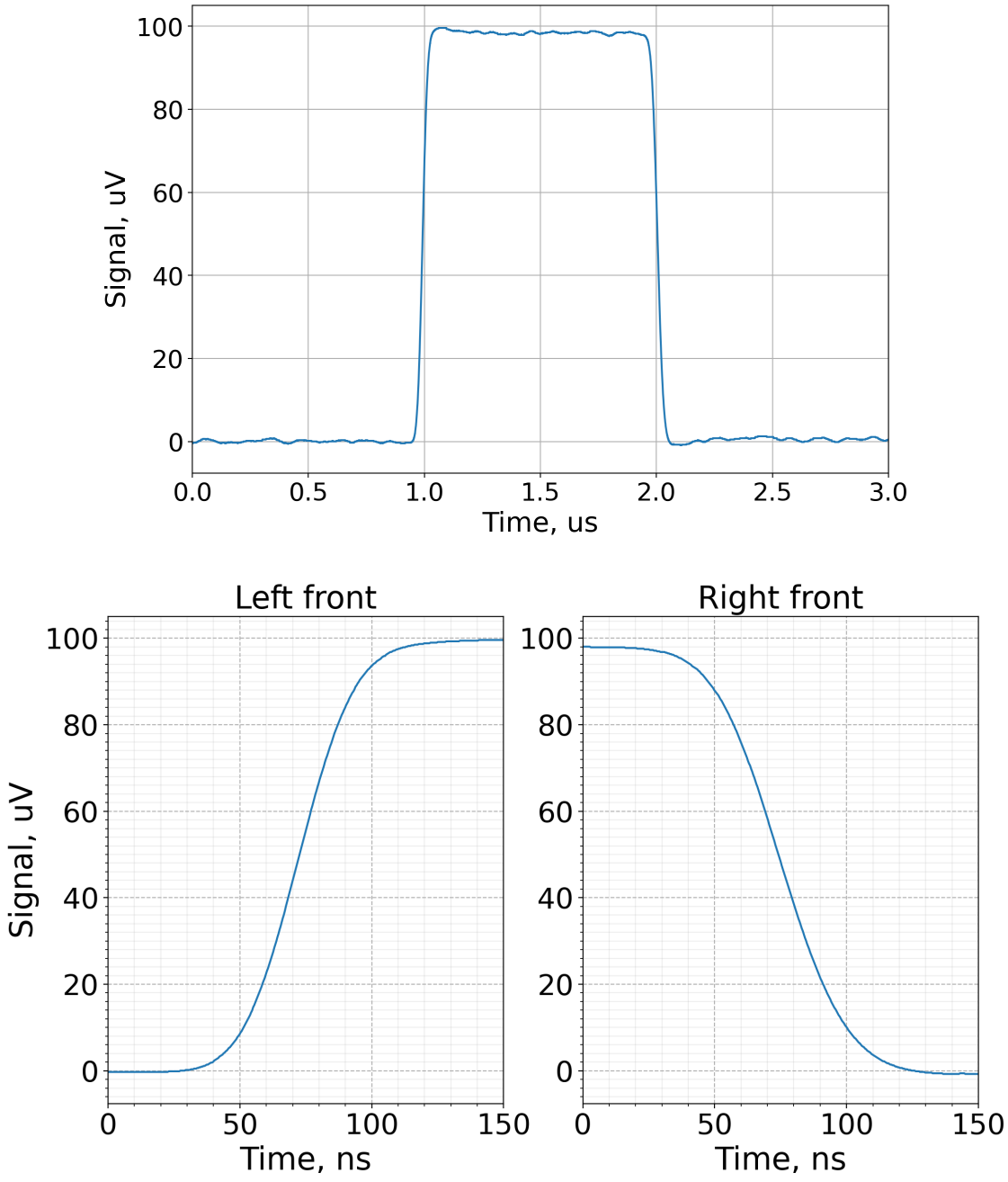


Рис. 10: Форма отклика системы на импульс в поле $B = 1$ Тл и излучении $F = 75$ ГГц

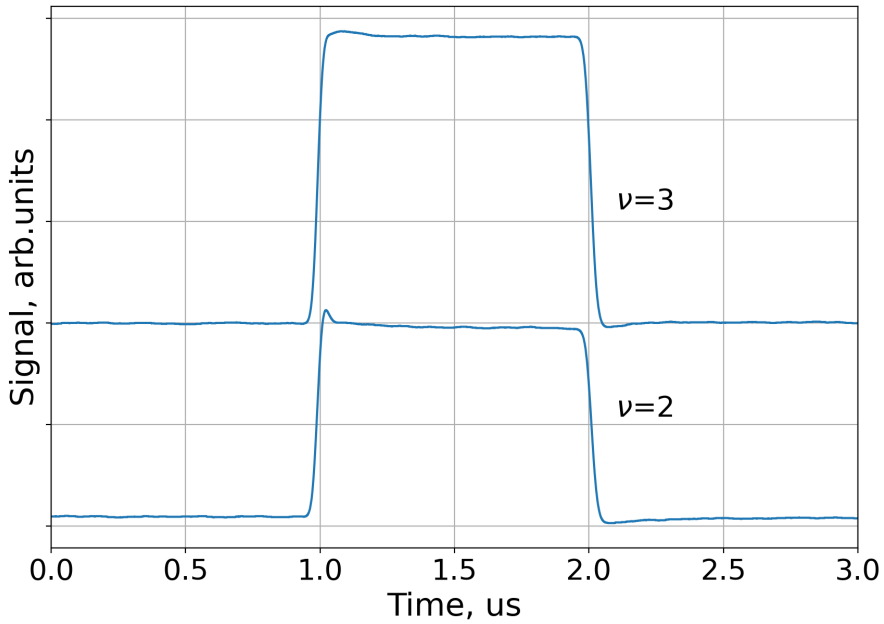


Рис. 11: Форма отлика системы в факторах $\nu = 2,\ 3$

ния R_{xx} по четырехточечному методу в мостике Холла, и предлагаемом в данной работе косвенным методом наблюдения через коэффициент пропускания копланарного волновода. Данное сравнение приведено на графике (12). Как видно, форма пика повторяется с достаточной степенью точности.

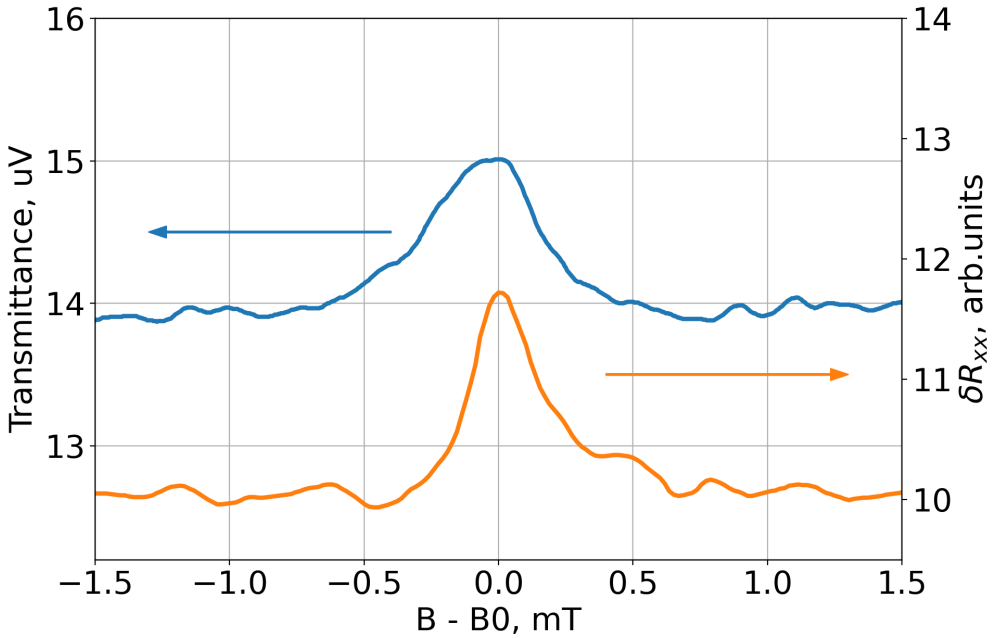


Рис. 12: Сравнение пиков, полученных по измерениям R_{xx} и по анализу коэффициента пропускания копланарного волновода, полученных на частоте $F = 82$ ГГц

4 Результаты и выводы

В результате работы отработан метод непосредственного наблюдения спиновой релаксации системы через измерение изменения коэффициента пропускания копланарного волновода в условиях импульсного возбуждения. Работоспособность данного метода была подтверждена несколькими измерениями, в том числе и итоговым распределением измеренных времен релаксации, продемонстрированным на графике (13).

Как видно, все измерения собраны около среднего значения. Также видно, что не наблюдается какой-либо явной зависимости времени релаксации от фактора заполнения - хотя это может быть следствием недостаточной чувствительности эксперимента. Тем не менее, то, что различные измерения согласуются между собой, позволяет утверждать, что данная методика непосредственного измерения релаксации двумерной электронной системы оказалась работоспособной. На графике также видно среднее значение и предполагаемое среднеквадратичное отклонение, а именно, $\frac{1}{\tau} = 0.86 \pm 0.19 \frac{1}{\mu s}$. Это значение, аналогичное $\tau = 1.2 \pm 0.3 \mu s$, представляется адекватным изучаемому объекту и согласуется с раннее полученными другими научными группами значениями, как, например, в данной работе [24], где указаны времена порядка единиц микросекунд, что дополнительно подтверждает применимость разработанной методики.

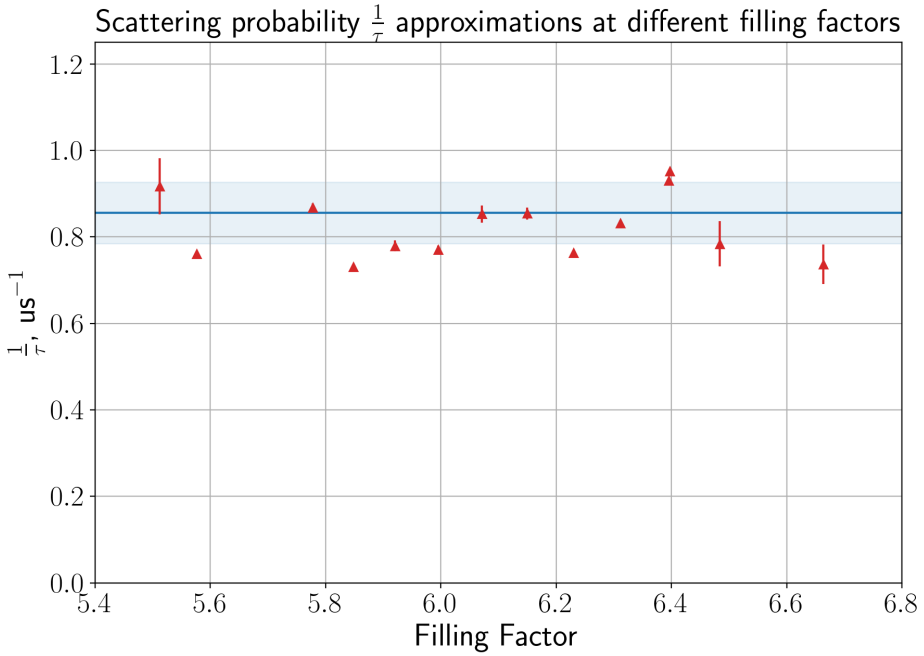


Рис. 13: Измеренные предложенной методикой вероятности рассеяния спиновых возбуждений $\frac{1}{\tau}$ в квантовой яме SiGe/Si в различных факторах заполнения

Заключение

Предложен метод измерения релаксации неравновесной спиновой поляризации двумерной электронной системы по анализу изменения пропускания копланарного волновода в условиях импульсного возбуждения. Работоспособность метода продемонстрирована в квантовых ямах на основе гетеропеходов SiGe/Si.

В перспективе предполагается улучшить соотношение сигнал-шум в итоговом резонансном отклике. В процессе самой работы были проведены несколько попыток повышения чувствительности устройства, путем как увеличения длины волновода в форме «змейки», так и вытравливание двумерной системы в форме микронных точек, что должно было снизить возможный фоновый сигнал в низких полях, который, предположительно, вызван плазмонными возбуждениями. Однако данные методы не принесли результата.

Предполагается также, что вблизи фактора заполнения $\nu = 1$ будут наблюдаться значительно более интенсивные спиновые резонансы, амплитуда которых во много раз превышает фоновый нерезонансный сигнал. Таким образом, изучение спинового резонанса в условиях импульсной накачки наиболее перспективно вблизи именно этого фактора заполнения.

В перспективе также будет изучено влияние на время релаксации неравновесной спиновой поляризации различных параметров, в том числе двумерной электронной плотности, приложенного внешнего электрического поля и температуры образца.

Еще одним направлением является распространение предложенного метода на иные материальные системы, как, например, квантовые ямы ZnO/MgZnO.

Список литературы

[1] Spintronics: A Spin-Based Electronics Vision for the Future / S. A. Wolf, D. D. Awschalom, R. A. Buhrman et al. // Science. — 2001. — Vol. 294, no. 5546. — Pp. 1488–1495

[2] Awschalom D. D., Flatte M. E., Samarth N. Spintronics // Scientific American. — June 2002.

[3] Žutić I., Fabian J., Das Sarma S. Spintronics: Fundamentals and applications // Rev. Mod. Phys. — 2004. —Apr. — Vol. 76. — Pp. 323–410.

[4] Datta S., Das B. Electronic analog of the electro-optic modulator // Applied Physics Letters. — 1990. — Vol. 56, no. 7. — Pp. 665–667.

[5] Bader S. D., Parkin S. S. P. Spintronics // Annual Review of Condensed Matter Physics. — 2010. — Vol. 1, no. 1. — Pp. 71–88.

[6] Завойский Е. К. Докторская диссертация // ФИАН, Москва. — 1944.

[7] Electron Spin Resonance on $GaAs - Al_xGa_{1-x}As$ Heterostructures D. Stein, K. v. Klitzing, and G. Weimann Phys. Rev. Lett. 51, 130 DOI:10.1103/PhysRevLett.51.130

[8] "Contactless measurements of microwave-induced resistance oscillations in a ZnO/MgZnO heterojunction"A. V. Shchepetilnikov A. R. Khisameeva Yu. A. Nefyodov and I. V. Kukushkin DOI:10.1103/PhysRevB.100.125425

[9] M. Yu. Melnikov, A. A. Shashkin, V. T. Dolgopolov, Amy Y. X. Zhu, S. V. Kravchenko, S.-H. Huang, and C. W. Liu, Phys. Rev. B 99, 081106(R) (2019), "Quantum phase transition in ultrahigh mobility SiGe/Si/SiGe two-dimensional electron system"DOI:10.1103/PhysRevB.99.081106

[10] Spin-orbit splittings in Si/SiGe quantum wells M. Prada, G. Klimeck, R. Joynt DOI:10.48550/arXiv.0908.2417

[11] M. Friesen, P. Rugheimer, D. E. Savage, M. G. Lagally, D. W. van der Weide, R. Joynt, and M. A. Eriksson, “Practical design and simulation of silicon-based quantum-dot qubits ,” Phys. Rev. B 67, 4 (2003). DOI:10.1103/PhysRevB.67.121301

[12] Квантовый эффект Холла, Прендж Р. (1989).

[13] Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Квантовая механика (нерелятивистская теория). — Издание 3-е, переработанное и дополненное. — М.: Наука, 1974. — 752 с. — («Теоретическая физика», том III)

[14] A Isihara and L Smrcka 1986 J. Phys. C: Solid State Phys. 19 6777, "Density and magnetic field dependences of the conductivity of two-dimensional electron systems"DOI:10.1088/0022-3719/19/34/015

[15] Temperature dependence and mechanism of electrically detected ESR at the $\nu = 1$ filling factor of a two-dimensional electron system / E. Olshanetsky, J. D. Caldwell, M. Pilla et al. // Phys. Rev. B. — 2003. —Apr. — Vol. 67. — P. 165325.

[16] C. Kallin, B.I. Halperin, Phys. Rev. B. 30, 5655 (1984), "Excitations from a filled Landau level in the two-dimensional electron gas"DOI:10.1103/PhysRevB.30.5655

[17] A. Usher, R.J. Nicholas, J.J. Harris, C.T. Foxon, Phys. Rev. B. 41, 1129 (1990), "Observation of magnetic excitons and spin waves in activation studies of a two-dimensional electron gas"DOI:10.1103/PhysRevB.41.1129

[18] Y.A. Bychkov, S.V. Iordanskii, G.M. Eliashberg, Sov. Phys. JETP Lett. 33, 143 (1981), "Two-dimensional electrons in a strong magnetic field "

[19] Electron spin resonance of the two-dimensional electron system in $Al_xGa_{1-x}As/GaAs$ at subunity filling factors / R. Meisels, I. Kulac, F. Kuchar, M. Kriechbaum // Phys. Rev. B. — 2000. —Feb. — Vol. 61. — Pp. 5637–5643.

[20] Edelstein V. M. Effects of orbital quantization on electron spin resonance in dirty broken-mirror-symmetry two-dimensional structures // Phys. Rev. B. — 2006. — Nov. — Vol. 74. — P. 193310.

[21] Edelstein V. M. Features of electron-spin-resonance excitation in impure asym- metric two-dimensional structures // Phys. Rev. B. —2010. —Apr. —Vol. 81. — P. 165438

[22] "Coplanar Waveguide: A Surface Strip Transmission Line suitable for Nonreciprocal Gyromagnetic Device Applications"Cheng P. Wen, IEEE;

[23] Douglas J Paul 2004 Semicond. Sci. Technol. 19 R75, "Si/SiGe heterostructures: from material and physics to devices and circuits"

[24] Z Wilamowski, W Jantsch, N Sandersfeld, M Mühlberger, F Schäffler, S Lyon, Spin relaxation and g-factor of two-dimensional electrons in Si/SiGe quantum wells, Physica E: Low-dimensional Systems and Nanostructures, Volume 16, Issue 1, 2003, Pages 111-120, ISSN 1386-9477, DOI:10.1016/S1386-9477(02)00582-9.